

Podstawy mechaniki komputerowej

Rozwiązanie problemu brzegowego drugiego rzędu metodą MRS

Ustawienie sposobu numerowania elementów macierzy

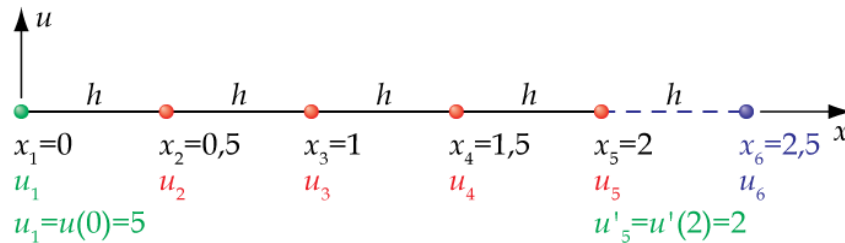
ORIGIN = 1

Problem brzegowy z warunkami brzegowymi

$$u'' + 2u = 2x^2 - 4x + 12 \quad u(0) = 5$$

$$0 < x < 2 \quad u'(2) = 2$$

Dyskretyzacja obszaru rozwiązania



Definicja współrzędnych węzłów i kroku

$$x_1 := 0 \quad x_2 := 0,5 \quad x_3 := 1 \quad h := 0,5$$

$$x_4 := 1,5 \quad x_5 := 2 \quad x_6 := 2,5$$

Definicja warunków brzegowych

$$u_1 := 5 \quad u'_5 := 2$$

Definicja wartości początkowych niewiadomych

$$u_2 := 1 \quad u_3 := 1 \quad u_4 := 1$$

$$u_5 := 1 \quad u_6 := 1$$

Definicja i rozwiązanie układu równań

Given

$$\frac{u_1 - 2u_2 + u_3}{h^2} + 2 \cdot u_2 = 2 \cdot x_2^2 - 4x_2 + 12$$

$$\frac{u_2 - 2u_3 + u_4}{h^2} + 2 \cdot u_3 = 2 \cdot x_3^2 - 4x_3 + 12$$

$$\frac{u_3 - 2u_4 + u_5}{h^2} + 2 \cdot u_4 = 2 \cdot x_4^2 - 4x_4 + 12$$

$$\frac{u_4 - 2u_5 + u_6}{h^2} + 2 \cdot u_5 = 2 \cdot x_5^2 - 4x_5 + 12$$

$$\frac{u_6 - u_4}{2 \cdot h} = u'_5$$

$$\begin{pmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{pmatrix} := \text{Find}(u_2, u_3, u_4, u_5, u_6)$$

Definicja wektora rozwiązania

$$u := \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{pmatrix} \quad u = \begin{pmatrix} 5 \\ 4.25 \\ 4 \\ 4.25 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Definicja wektora współrzędnych węzłów

$$x := \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \\ 1 \\ 1.5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Wykres rozwiązania

$$i := 1..5$$

