

Podstawy mechaniki komputerowej

Rozwiązanie problemu belki zginanej metodą MRS

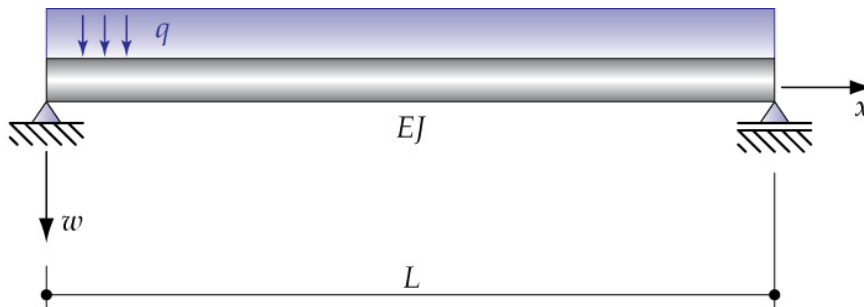
Ustawienie sposobu numerowania elementów macierzy

ORIGIN = 1

Belka zginana

$$w'' = -\frac{M(x)}{EJ}$$
$$0 < x < L$$

$$w(0) = 0$$
$$w(L) = 0$$



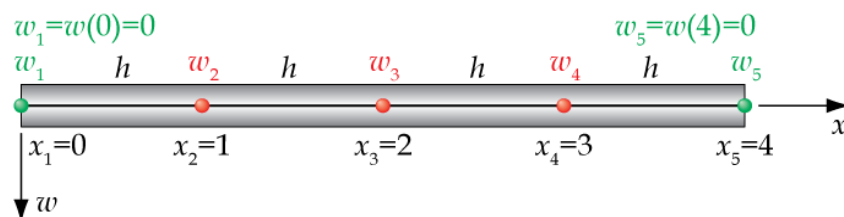
Dane geometryczne, materiałowe i obciążenie

$$L := 4 \qquad E := 200 \cdot 10^9$$
$$q := 1 \cdot 10^3 \qquad J := 2 \cdot 10^{-8}$$

Definicja momentu gnącego

$$M(x, L, q) := \frac{1}{2}q \cdot L \cdot x - \frac{1}{2}q \cdot x^2$$

Dyskretyzacja belki



Definicja współrzędnych węzłów i kroku

$$x_1 := 0 \qquad x_2 := 1 \qquad x_3 := 2$$
$$x_4 := 3 \qquad x_5 := 4 \qquad h := 1$$

Definicja warunków brzegowych

$$w_1 := 0 \qquad w_5 := 0$$

Definicja wartości początkowych niewiadomych

$$w_2 := 1 \qquad w_3 := 1 \qquad w_4 := 1$$

Definicja i rozwiązanie układu równań

Given

$$\frac{w_1 - 2w_2 + w_3}{h^2} = -\frac{1}{E \cdot J} \cdot M(x_2, L, q)$$

$$\frac{w_2 - 2w_3 + w_4}{h^2} = -\frac{1}{E \cdot J} \cdot M(x_3, L, q)$$

$$\frac{w_3 - 2w_4 + w_5}{h^2} = -\frac{1}{E \cdot J} \cdot M(x_4, L, q)$$

$$\begin{pmatrix} w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{pmatrix} := \text{Find}(w_2, w_3, w_4)$$

Definicja wektora rozwiązania

$$w := \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ w_5 \end{pmatrix} \qquad w = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.625 \\ 0.875 \\ 0.625 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Definicja wektora współrzędnych węzłów

$$x := \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} \qquad x = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Wykres ugięcia belki $i := 1..5$ 